

Examinator: Mårten Wadenbäck

Telefonvakt: Mårten Wadenbäck, telefon: x3584

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

För betyget tre kvävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 32 poäng, och för betyget fem krävs minst 42 poäng. Lösningar publiceras på kurshemsidan efter skrivningen. Resultatet meddelas i LADOK, och bör synas senast 2018-09-14. Tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

OBS: Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra). Motivera dina svar väl—det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ibland ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

1. Beräkna följande integraler (förenkla så långt det går):

$$(a) \int \frac{2x^2 + 2x - 1}{x^3 - x^2} dx, \quad (b) \int (2 + \sin x)^3 \cos x dx, \quad (c) \int x^4 \ln x dx. \quad (9p)$$

2. Visa med induktion att $\sum_{k=1}^n 3k(k-1) = (n-1)n(n+1)$ för alla heltal $n \geq 1$. (6p)

3. Skriv den geometriska serien

$$6x^2 + 12x^4 + 24x^6 + \dots$$

med summabeteckning, och avgör för vilket/vilka x seriens summa är 3. (5p)

4. Bestäm alla funktioner $y(x)$ som uppfyller:

$$(a) y' = 6e^{2x} e^{-y}, \quad (b) y' + 2xy = 6x, \quad (c) y'' - 4y' + 4y = 8x. \quad (12p)$$

5. Insidan av ett (våldigt litet) vinglas beskrivs av den rotations kropp som uppstår mellan $x = 0$ och $x = 6$ då kurvan $y = \frac{5}{3}\sqrt{3x}e^{-x/6}$ roteras kring x -axeln (x kan mätas i exempelvis centimeter). Om glaset fylls upp till halva höjden, hur stor volym har då fyllts i glaset? (6p)

6. Bestäm arean av det begränsade område som stängs in mellan kurvan $y = x^2\sqrt{2-2x^3}$ och x -axeln. (4p)

7. Definiera begreppet primitiv funktion (obestämd integral). (4p)

8. Bevisa att $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. (4p)