

Examinator: Mårten Wadenbäck

Telefonvakt: Mårten Wadenbäck, telefon: x3584

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

För betyget tre krävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 32 poäng, och för betyget fem krävs minst 42 poäng. Lösningar publiceras på kurshemsidan efter skrivningen. Resultatet meddelas i LADOK, och bör synas senast 2019-05-21. Tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

OBS: Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra). Motivera dina svar väl—det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ibland ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

1. Derivera följande funktionsuttryck med avseende på x :

(a) $e^{-x}(\cos x + \sin x)$ (2p), (b) $\sqrt{\sin(2x)}$ (2p), (c) $\frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2}$ (3p)

2. Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = \ln(e^x + e^{-x})$ i den punkt där $x = \ln 2$. (7p)

3. Låt $f(x) = x^2 + 9|x| - 3x + 2$ vara definierad på det slutna intervallet $D_f = [-4, 2]$.

(a) Bestäm största respektive minsta värdet av f . (4p)

(b) Bestäm eventuella inflexionspunkter, och ange var f är konvex respektive konkav. (4p)

4. Bestäm största möjliga definitionsmängd, samt alla asymptoter och lokala extrempunkter till $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 4x + 3}}$, och skissera kurvan. (7p)

5. En viss vätskebehållare är utformad som en rak cirkulär kon med höjden 3 m och med radien 1 m, och med spetsen nedåt. Genom ett hål i spetsen pumpas vätska ut med ett konstant utflöde om $0.1 \text{ m}^3/\text{min}$. Låt $y(t)$ vara höjden som vätskan står till i behållaren vid tiden t , och bestäm hur snabbt höjden y minskar just i det ögonblick då $y = 1$ m. (7p)

6. Bestäm (till exempel genom att skissera en lämplig kurva), för varje värde på konstanten C , antalet lösningar till ekvationen

$$x^3 + 1 + C(x^2 - x - 2) = 0.$$

(Eventuellt hjälper det att veta att $x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 2x + 1 = (x + 1)^2(x^2 - 4x + 1)$.) (6p)

7. Formulera och bevisa produktregeln, dvs formeln för derivatan av en produkt. (4p)

8. Formulera Lagranges medelvärdessats. (4p)

Lycka till!