Mekanik och Termodynamik IMS140 & 145 2025-10-09

1) Sökt: L_{SI}

Givet: $L = 5$ fot 9 tum

1 fot = 0,3048 m

1 tum = 0,0254 m

$L_{SI} = 5 \cdot 0,3048 + 9 \cdot 0,0254 = 1,7526$

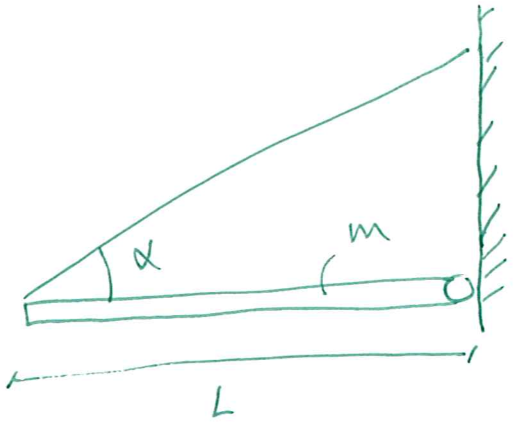
minst antal värdesiffror i SI-enhets input: 3

Svar: $L_{SI} = 1,75$ m

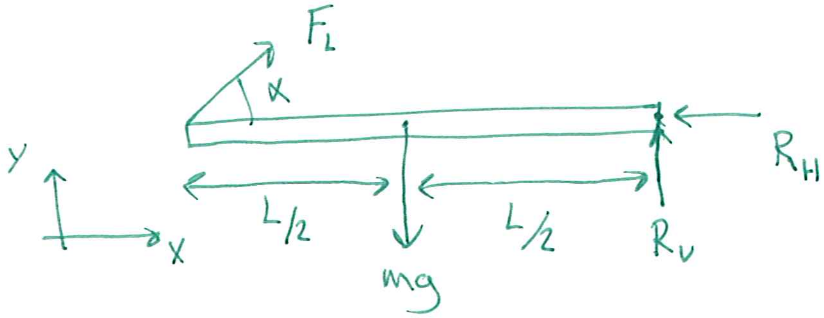
Mekanik och Termodynamik IMS140 & 145 2025-01-09

2) Sökt: F_L

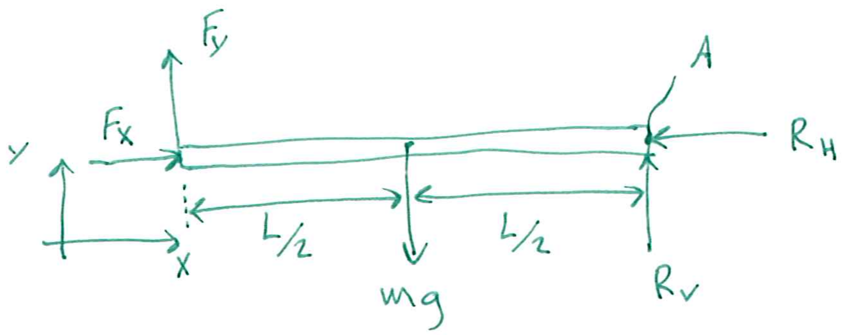
Givet: $m = 9{,}6$ kg, $L = 3{,}4$ m, $\alpha = 40°$, $g = 9{,}82\ \frac{m}{s^2}$



· frilägg bom



· komposantuppdela F_L



$$F_y = F\sin(\alpha) \qquad (1)$$

$$F_x = F\cos(\alpha) \qquad (2)$$

· Momentjämvikt kring A

$$\stackrel{\curvearrowright}{A}: \; F_y \cdot L - mg\frac{L}{2} = 0 \qquad (3)$$

(1) och (3) ger

$$F\sin(\alpha)\cdot L - mg\frac{L}{2} = 0$$

$$\Rightarrow F = \frac{mgL}{2\sin(\alpha)L} = \frac{mg}{2\sin(\alpha)} = \frac{9{,}6\cdot 9{,}82}{2\cdot\sin(40^\circ)}$$

$$= 73{,}33\ N$$

svar: $F = 73\ N$

Mekanik och Termodynamik IMS 140 & 145 2025-01-09

3) Sökt: V_2

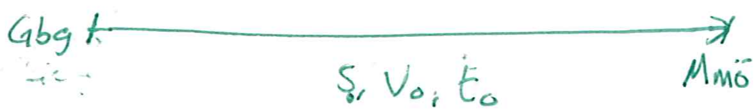
Givet: $s = 272 \cdot 10^3\,m$, $V_0 = V_1 = 90\,\frac{km}{h} = \frac{90}{3.6} = 25\,\frac{m}{s}$

$t_1 = 130\,min = 130 \cdot 60 = 7800\,s$

$t_{stopp} = 10\,min = 600\,s$

Två scenarion:

a) utan stopp



$s_0 = V_0 t_0$

$\rightarrow t_0 = \frac{s}{V_0} = \frac{272 \cdot 10^3}{25} = 10880\,s$

b) med stopp

$s_2 = V_2 t_2 \longrightarrow V_2 = \frac{s_2}{t_2}$

- t_2 från samma total tid i a) och b)

$t_0 = t_1 + t_{stopp} + t_2$

$\rightarrow t_2 = t_0 - t_1 - t_{stopp} = 10880 - 7800 - 600 = 2480\,s$

- s_2 från samma sträcka i a) och b)

$s_0 = s_1 + s_2$

$\rightarrow s_2 = s_0 - s_1 = s_0 - V_1 t_1 = 272 \cdot 10^3 - 25 \cdot 7800 = 77 \cdot 10^3\,m$

$\Rightarrow V_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{77 \cdot 10^3}{2480} = 31{,}0\,\frac{m}{s}$

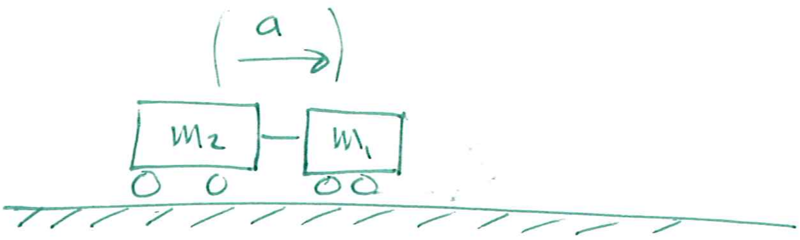
Svar: $V_1 = 31\,\frac{m}{s}$ $(= 112\,km/h)$

Mekanik och Termodynamik IMS 140 & 145 2025-01-09

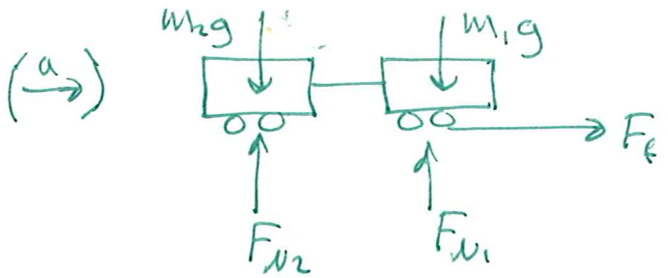
4) Sökt: a) a b) F_s

Givet: $m_1 = 1{,}25 \cdot 10^4$ kg $m_2 = 5{,}5 \cdot 10^4$ kg

$F_f = 4{,}0 \cdot 10^4$ N



• Frilägg hela ekipaget för att hitta a

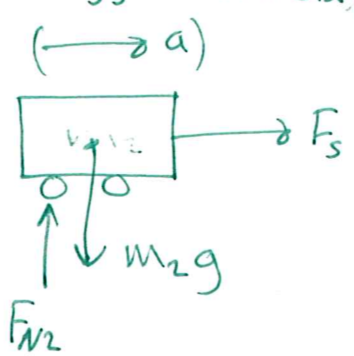


• Newtons andra lag: $F = ma$

$\rightarrow: F_f = (m_1 + m_2)a \implies a = \frac{F_f}{m_1 + m_2} = \frac{4 \cdot 10^4}{(1{,}25 + 5{,}5) \cdot 10^4} =$

$= 0{,}5926 \ \frac{m}{s^2}$

• Frilägg bakre släpet för att hitta F_s



• Newtons andra lag

$\rightarrow: F_s = m_2 a = 5{,}5 \cdot 10^4 \cdot 0{,}5926 = 3{,}2593 \cdot 10^4$ N

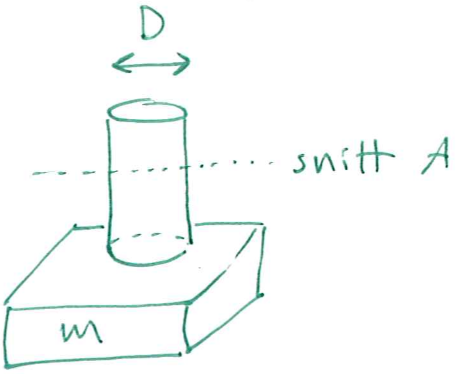
Svar: $a = 0{,}59 \ \frac{m}{s^2}$, $F_s = 3{,}3 \cdot 10^4$ N

Mekanik och Termodynamik IMS 140 & 145 2025-01-09

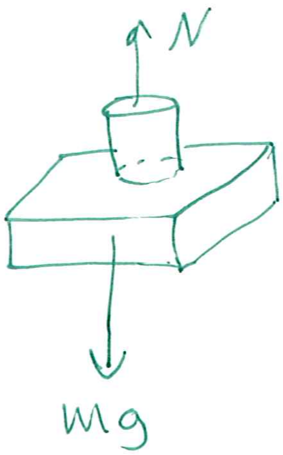
5) Sökt: a) σ , b) ε

Givet: $m = 475$ kg , $D = 8$ mm, $E = 70\,000 \frac{N}{mm^2}$

$g = 9{,}82 \frac{m}{s^2}$



- Frilägg från snitt A och inför normalkraft i stång



- Kraftjämvikt

$\uparrow: N - mg = 0 \implies N = mg$

- Spänning i stång: $\sigma = \frac{F}{A}$

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{mg}{D^2\pi/4} = \frac{4mg}{D^2\pi} = \frac{4 \cdot 475 \cdot 9{,}82}{8^2 \cdot \pi} = 92{,}79 \frac{N}{mm^2}$$

- Töjning i stång från $\sigma = E\varepsilon$

$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{92{,}79}{70\,000} = 0{,}001325$$

<u>svar:</u> $\sigma = 93 \ \frac{N}{mm^2}$

$\varepsilon = 0{,}0013 \quad (= 0{,}13\,\%)$

Mekanik och Termodynamik IMS140 & 145   2025-01-09

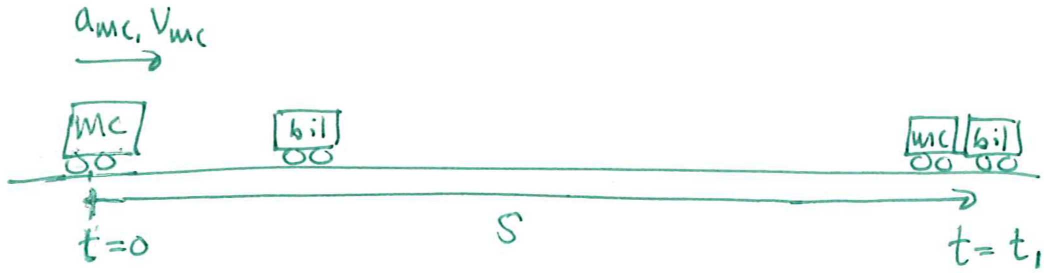
6) Sökt: s

Givet: $V_B = 120 \frac{km}{h} = \frac{120}{3{,}6} \frac{m}{s} = 33{,}3 \frac{m}{s}$

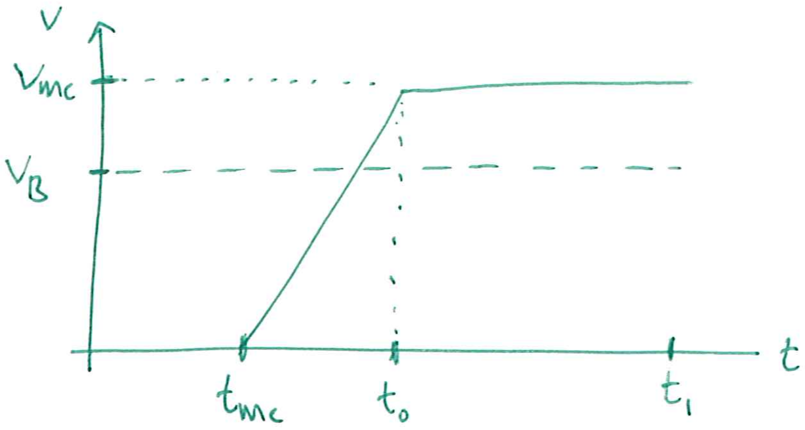
$a_{mc} = 6 \frac{m}{s^2}$, $V_{mc} = 150 \frac{km}{h} = \frac{150}{3{,}6} = 41{,}7 \frac{m}{s}$

$t_{mc} = 2s$

- Rita figur



- V-t diagram:



- sträcka = area under grafen, $s = V_0 t + \frac{a t^2}{2}$, $s = \frac{V_0 + V}{2} \cdot t$

bil: $s_B = V_B \cdot t_1$

mc: $s_{mc} = s_{mc,acc} + s_{mc,konst} =$

$$= \frac{1}{2} a_{mc} (t_0 - t_{mc})^2 + V_{mc} (t_1 - t_0)$$

- t_0 från $V = V_0 + at$ + väntetiden t_{mc}

$V_{mc} = 0 + a_{mc} t^* \rightarrow t_1^* = \frac{V_{mc}}{a_{mc}} = \frac{41{,}7}{6} = 6{,}95\ s$

$t_0 = t_{mc} + t^* = 2 + 6{,}95 = 8{,}95\ s$

- t_1 ur $S_B = S_{mc}$, dvs bil och mc har kört samma sträcka när mc:n hinner ifatt

$$v_B t_1 = \frac{1}{2} a_{mc} (t_0 - t_{mc})^2 + v_{mc} (t_1 - t_0)$$

$$t_1 (v_B - v_{mc}) = \frac{1}{2} a_{mc} (t_0 - t_{mc})^2 - v_{mc} t_0$$

$$t_1 = \left(\frac{1}{2} a_{mc} (t_0 - t_{mc})^2 - v_{mc} t_0\right) \cdot \frac{1}{v_B - v_{mc}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\, 6 \cdot (6{,}95)^2 - 41{,}7 \cdot 8{,}95\right) \cdot \frac{1}{33{,}3 - 41{,}7}$$

$$= 27{,}18\ s$$

- s från $S_B = v_B \cdot t_1$ (eller från $S_{mc} = \dots$)

$$S = S_B = 33{,}3 \cdot 21{,}18 = 905{,}07$$

<u>svar</u> $s = 9{,}1 \cdot 10^2\ m$

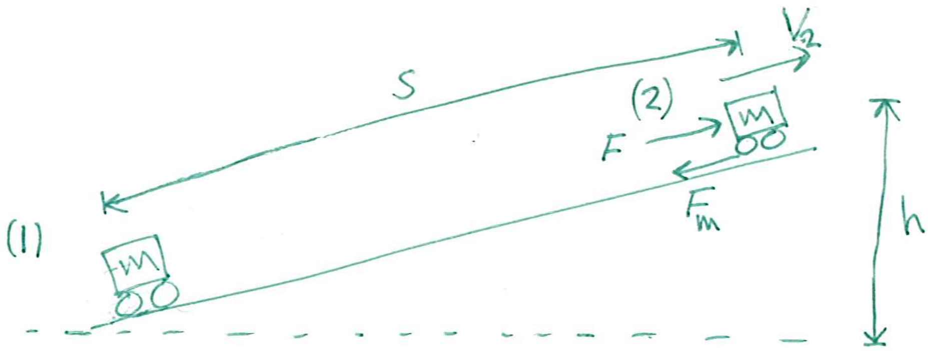
Mekanik och Termodynamik IMS 140 o 145 2025-01-09

7) Sökt: F

Givet: $m = 1{,}3 \cdot 10^3$ kg, $s = 6$ m, $h = 0{,}5$ m

$v_1 = 0 \frac{m}{s}$, $v_2 = 1 \frac{m}{s}$, $F_m = 2{,}6\%$ av mg

rullmotstånd



• Använd energiprincipen:

$$E_1 = E_2$$

$$E_{p1} + E_{k1} + W_F = E_{p2} + E_{k2} + W_m$$

tillförd energi — energiförlust

$$0 + 0 + F \cdot s = mgh + \frac{mv_2^2}{2} + F_m \cdot s$$

$$F \cdot s = mgh + \frac{mv_2^2}{2} + 0{,}026\, mgs \qquad (1)$$

• Lös ut F ur (1):

$$F = \left(gh + \frac{v_2^2}{2} + 0{,}026\, gs\right)\frac{m}{s}$$

$$= \left(9{,}82 \cdot 0{,}5 + \frac{1^2}{2} + 0{,}026 \cdot 9{,}82 \cdot 6\right)\frac{1{,}3 \cdot 10^3}{6} = 1504{,}35\,N$$

Svar: $F = 1{,}5 \cdot 10^3\,N$

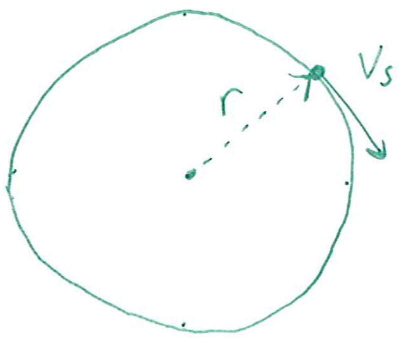
Mekanik och Termodynamik IMS140 : 145 2025-01-09

8) <u>Sökt</u>: T_1

<u>Givet</u>: $T_0 = 24\,h = 24 \cdot 3600 = 86400$, $m_{tot} = 1200\,kg$

$r = 3{,}6 \cdot 10^7\,m$, $m_a = 210\,kg$, $V_a = -950\,\frac{m}{s}$

$m_b = 130\,kg$, $V_b = 700\,\frac{m}{s}$



- Två tidpunkter/lägen: (0) innan och (1) efter last skjuts ut
- antag ursprunglig riktning som positiv

- ursprunglig hastighet för satellit V_{s0}:

$$V_{s0} = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3.6 \cdot 10^7}{86\,400} = 2617{,}99\,\frac{m}{s}$$

- Krafter vid utskjutning små → impuls försummas → rörelsemängd bevaras när last skjuts ut

(0) före: $p_0 = m_{tot} \cdot V_{s0}$

(1) efter: $p_1 = (m_{tot} - m_a - m_b) V_{s1} - m_a V_a + m_b V_b$

- Lös ut V_{s1} ur $p_0 = p_1$.

$$V_{s1} = \frac{m_{tot} V_{s0} + m_a V_a - m_b V_b}{m_{tot} - m_a - m_b} =$$

$$= \frac{1200 \cdot 2618 + 210 \cdot 950 - 130 \cdot 700}{1200 - 210 - 130} = 3{,}779 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

- Beräkna ny omloppstid från $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$T_1 = \frac{\Delta s}{v_{s1}} = \frac{2\pi r}{v_{s1}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3,6 \cdot 10^7}{3,779 \cdot 10^3} = 5,9856 \cdot 10^4 \text{ s}$$

Svar: $T_1 = 5,99 \cdot 10^4$ s $(\approx 16,6$ h$)$

Mekanik och Termodynamik IMS140 & 145 2025-01-09

4) Sökt: T_x

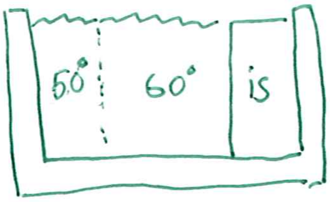
Givet: $T_{v1} = 60°C$, $V_1 = 15\,l$

$T_{v2} = 50°C$, $V_2 = 5\,l$

$T_{is} = 0°C$, $m_{is} = 5\,kg$

$\rho_v = 1000\,kg/m^3$

$c_{pv} = 4{,}2\,kJ/kg°C$, $c_{s,is} = 334\,kJ/kg$



- Beräkna vattenmassor

$\rho = 1000\,\frac{kg}{m^3} \rightarrow 1\,l = 1\,kg \rightarrow m_{v1} = 15\,kg,\ m_{v2} = 5\,kg$

- Använd energibalans, varmvatten (m_{v1} och m_{v2}) avger värme som smälter och värmer upp isen (m_{is})

Ansätt sluttemperatur T_x

- Avgivet värme: $E_a = m_{v1} c_{pv} (T_x - T_{v1}) + m_{v2} c_{pv} (T_x - T_{v2})$
- Tillfört värme: $E_T = m_{is} c_{s,is} + m_{is} c_{pv} (T_x - T_{is})$
- Energibalans $-E_a = E_T$ (- tecken iom frigjord energi)

$$-m_{v1} c_{pv} (T_x - T_{v1}) - m_{v2} c_{pv} (T_x - T_{v2}) = m_{is} c_{sis} + m_{is} c_{pv} (T_x - T_{is})$$

$$\rightarrow -m_{v1} c_{pv} T_x + m_{v1} c_{pv} T_{v1} - m_{v2} c_{pv} T_x + m_{v2} c_{pv} T_{v2} = \ldots$$

$$= m_{is} c_{sis} + m_{is} c_{pv} T_x - m_{is} c_{pv} T_{is}$$

$$\rightarrow m_{v1} c_{pv} T_{v1} + m_{v2} c_{pv} T_{v2} - m_{is} c_{sis} + m_{is} c_{pv} T_{is} = \ldots$$

$$= m_{v1} c_{pv} T_x + m_{v2} c_{pv} T_x + m_{is} c_{pv} T_x$$

$$\rightarrow c_{pv} (m_{v1} T_{v1} + m_{v2} T_{v2} + m_{is} T_{is}) - m_{is} c_{sis} = T_x c_{pv} (m_{v1} + m_{v2} + m_{vis})$$

$$\rightarrow T_x = \frac{c_{pv} (m_{v1} T_{v1} + m_{v2} T_{v2} + m_{is} T_{is}) - m_{is} c_{sis}}{c_{pv} (m_{v1} + m_{v2} + m_{is})}$$

$$T_x = \frac{4200(15 \cdot 60 + 5 \cdot 50 + 0) - 5 \cdot 334\,000}{4200(15 + 5 + 5)} = 30,095\ °C$$

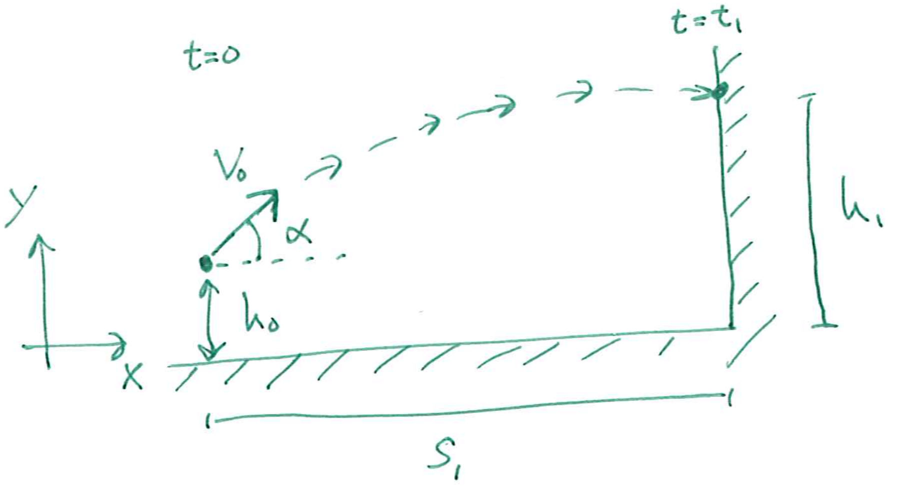
svar $T_x = 30°C$

Mekanik och Termodynamik IMS140 & 145 2025-01-09

10) Sökt: h_1

Givet: $h_0 = 1.5$ m, $s_1 = 9,0$ m, $\alpha = 60°$

$V_0 = 14,0 \frac{m}{s}$, $g = 9,82 \frac{m}{s^2}$



- Vi följer en vattendroppe från brandsprutan tills den träffar husväggen $\longrightarrow$ Kaströrelse

- Dela upp rörelsen i x- och y-komposanter

$$V_x = V_{0x} + a_x t = V_0 \cos(\alpha) + 0$$

$$V_y = V_{0y} + a_y t = V_0 \sin(\alpha) - g t$$

$$S_x = V_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2} = V_0 \cos(\alpha) \cdot t + 0$$

$$S_y = V_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2} = V_0 \sin(\alpha) \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

- Beräkna tiden då vattendroppen träffar väggen, t_1 från rörelse i x-led

$$S_1 = V_0 \cos(\alpha) t_1 \rightarrow t_1 = \frac{S_1}{V_0 \cos(\alpha)} = \frac{9}{14 \cdot \cos(60)} = 1,2857 \, s$$

- Beräkna höjden h_1 från rörelse i y-led och observera att vid $t=0$ är höjden h_0

$$h_1 = h_0 + S_y(t_1) = h_0 + V_0 \sin(\alpha) t - \frac{g t^2}{2}$$

$$= 1{,}5 + 14 \cdot \sin(60^\circ) \cdot 1{,}2857 - \frac{9{,}82 \cdot 1{,}2857^2}{2}$$

$$= 8{,}9719$$

Svar: $h_1 = 9{,}0$ m (2 värdesiffror)